AYT MATEMATİK

Öğrenmenin EN Kolay Yolu!

Destek Serisi

Destek Defterim

"AYT'de En Büyük Desteğim"

AYT MATEMATİK Konularının Ayrıntılı Anlatımı

öğretici sorular

destek soruları

notlar bölümü

destek noktaları

İhtiyacın Olan **HER ŞEY** Bu Defterde!

Öğretmenin **EL YAZISI** ile

ens

Eğitimde Nitelikli Sayfa

Fikret HEMEK
Mustafa CENGİZ
Abdullah AHMETOĞLU
Eda ERDOĞAN

ISBN: 978-605-69528-9-0
3108 - 1 - 19

Eğitimde Nitelikli Sayfa

Sayısal Branşlar Yayın Yönetmeni:
Biltan BÖYÜKOCAKOĞLU

Yazar:
Fikret HEMEK - Mustafa CENGİZ
Abdullah AHMETOĞLU - Eda ERDOĞAN

Editör:
Hülya BODUKCU

Dizgi:
ens Dizgi Grafik

Santral: **0850 302 2090**
ENS Yayınları: **0549 805 37 82**

Matbaa:

ensyayinlari@gmail.com
ensyayinlari
Ens Yayınları

SUNUŞ

Kıymetli Öğrencilerimiz,

Bu zamana kadar pek çok sınavda ter döktünüz, göz nuru döktünüz; bundan sonra da hayatınızda önem arz eden pek çok sınavla karşılaşacaksınız. Üniversite sınavı belki de bu sınavların en kapsamlı ve yorucu olanıdır. Ülkemizde pek çok öğrencinin ana sorunu, üniversite sınavına hazırlık döneminde "temel eksikliği" dir. ENS Yayınları olarak bu eksiği gidermek amacıyla hazırladığımız "DESTEK SERİSİ MATEMATİK SORU BANKASI"nı sizlere ulaştırmanın sevincini yaşıyoruz. İnsanı sınavlardan çok bilmediklerinin korkuttuğunu, hayatın kendisinin de bir sınav olduğu gerçeğini göz ardı etmeden söyleyebiliriz.

ENS Yayınları Destek serisinin her bir ürünü, öğrenilmeyen ya da eksik öğrenme neticesinde unutulan, yani bilinmeyen konulara ışık tutmak, bu konularla ilgili kalıcı öğrenme sağlamak amacıyla hazırlanmıştır.

ENS Yayınları Destek Soru Bankası serisinin bir parçası olan video konu anlatımları Destek Soru Bankası'ndaki sorularla örtüşmekte, konu sıralamasına göre düzenlenen sorular, video desteği ile kademeli olarak kavratılmakta ve pekiştirilmektedir.

Ustabaşı olmanın yolu pratik yapmaktan geçmektedir. Çoğu öğrenci önceki dönemlerde aynı konunun işlendiğini ancak unutulduğunu itiraf etmektedir. Kalıcı öğrenme, yaparak-yaşayarak öğrenmeden geçmektedir. Biz de kalıcı öğrenmeyi gerçekleştirmek amacıyla elektronik ortamda uzman öğretmenlerimizin sunumunda yapılan konu anlatımlarıyla aynı doğrultuda hazırladığımız Destek Soru Bankamızın ideal soru sayısı ile kalıcı öğrenmeyi gerçekleştireceğine inanıyoruz.

ENS Soru Bankalarındaki soruların tamamı kademeli ve kalıcı öğrenmeyi gerçekleştirecek biçimde hazırlanmıştır. Soruların video çözümleri, pratik çözüm teknikleri ve konu tekrar desteği ile kitabın yazarları tarafından yapılmıştır.

Bu kitabın hazırlanmasında emeği geçen yazarlarımız Eda ERDOĞAN, Fikret HEMEK, Mustafa CENGİZ ve Abdullah AHMETOĞLU'na, kitabın düzeltmeleri konusunda yardımlarını esirgemeyen Kadir ÖNER, Gürhan İÇÖZ, Zafer AYGAR, Özkan TÜRKER, İlhami EROL, Göksel GÖKÇE, Gökhan DEMİR, Mete AKAR, Veysel BİLGİN, Tayfun YÜCE, Yasemin ORAL, Fırat KAPAR, Esra Tuğçe KARAN, Ömer ÇIĞLI, Mustafa Said İŞLER, Halil GÜVEN, Hüseyin METİN, Mahir Cevat ÇİMENTEPE, Erdinç EKER, Emrah KAŞ, Dilara ARAZ, Murat DAŞTAN, Nihal KILIÇ, Yusuf Meriç KARADAĞ, Uğur ÖZÇELİK, Beyza KAYALI, Kübra BAŞARAN'na, Dizgi–Tasarım Uzmanımız Zeki ÇİRKİN'e ve editörümüz Hülya BODUKCU'ya sonsuz teşekkürlerimizi sunarız.

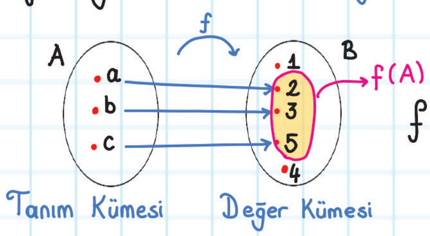
Unutmayın ki hayat mücadelelerle dolu ve uzun bir yolculuktur. Bu uzun yolculukta size DESTEK olmak bizim en büyük sevinç ve gurur kaynağımız olacaktır.

ENS YAYINLARI

içindekiler

FONKSİYON

Fonksiyon Tanımı: A ve B boş olmayan iki küme olsun. A nın her bir elemanını B nin yalnız bir elemanına eşleyen f bağıntısına A dan B ye bir fonksiyon denir.



$f(A) = \{2, 3, 5\}$

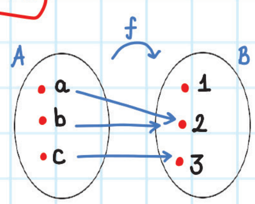
↳ Görüntü Kümesi

NOT: $f: A \to B$ bir fonksiyon olmak üzere, A tanım kümesi, B değer kümesi ve $f(A)$ görüntü kümesidir.

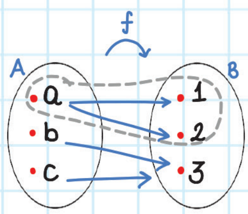
➡ $f: A \to B$ bağıntısının fonksiyon olabilmesi için;

- ☐ Tanım kümesinde açıkta eleman kalmamalıdır.
- ☐ Tanım kümesindeki her elemanın değer kümesinde yalnız bir görüntüsü olmalıdır.

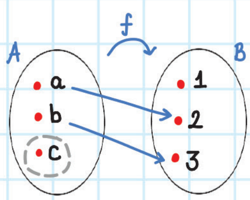
Örnekler



$f: A \to B$ ye bir fonksiyondur.



$f: A \to B$ ye bir fonksiyon değildir.



$f: A \to B$ ye bir fonksiyon değildir.

Destek Noktası

$f: A \to B$ ye bir fonksiyon olmak üzere, Değer Kümesi B, Görüntü Kümesi $f(A)$ kümesidir. $f(A) \subset B$ dir. Değer kümesi ile görüntü kümesi aynı küme olmayabilir.

Örnek -1 $A=\{1,2,3\}$ ve $B=\{a,b,c,d\}$ kümeleri veriliyor. Aşağıdaki bağıntıların A dan B ye bir fonksiyon olanları bulalım.

a) $f:\{(1,a),(2,b),(3,e)\}$

b) $f:\{(1,b),(2,b),(3,d)\}$

c) $f:\{(1,a),(2,d),(3,c)\}$

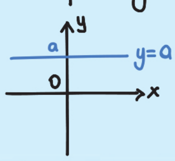
d) $f:\{(1,a),(2,b),(3,d),(2,a)\}$

e) $f:\{(1,a),(2,b)\}$

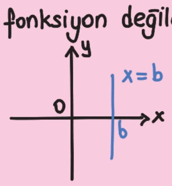
Dikey Doğru Testi:

Grafiklerin fonksiyon olup olmadığı incelenirken, y eksenine paralel çizgiler çizilir. Çizilen çizgiler grafiği birden fazla noktada kesiyorsa, grafik fonksiyon belirtmez.
En fazla bir noktada kesiyorsa grafik fonksiyon belirtir.

Destek Noktası
Dik koordinat düzleminde y=a doğrusu bir fonksiyondur.

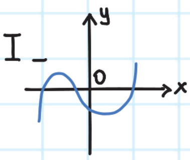


Destek Noktası
Dik koordinat düzleminde x=b doğrusu bir fonksiyon değildir.

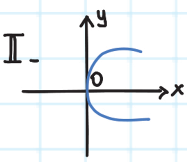


Örnek -2 Aşağıda verilen grafiklerden fonksiyon grafiği olanları bulalım.

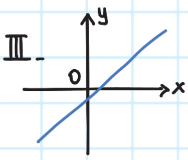
I_



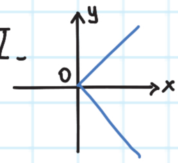
II_



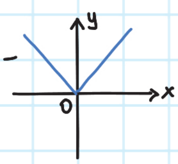
III_



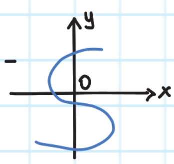
IV_



V_



VI_



FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

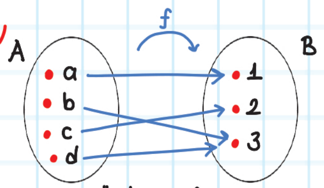
A_ Örten ve İçine Fonksiyon:

$f: A \to B$ bir fonksiyon olmak üzere,

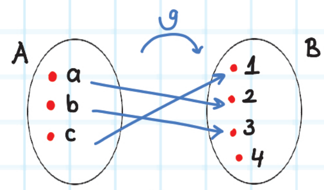
✓ $f(A) = B$ ise f örten fonksiyondur.

✓ $f(A) \neq B$ ise f içine fonksiyondur.

Örneğin,



f örten fonksiyondur.



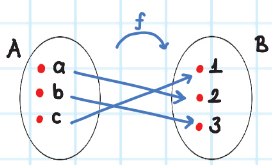
g içine fonksiyondur.

B_ Bire Bir Fonksiyon:

$f: A \to B$ bir fonksiyon olmak üzere,

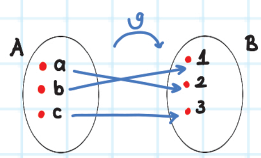
A kümesinin her elemanının görüntüsü farklı ise f bire bir fonksiyondur.

Örneğin,



f bire bir fonksiyondur.

Örneğin,



g bire bir ve örten fonksiyondur. $s(A) = s(B)$

Destek Noktası

$f: A \to B$ fonksiyonu tanımlansın.

(i) f örten olması için $s(A) \geq s(B)$ olmalıdır.

(ii) f bire bir olması için $s(A) \leq s(B)$ olmalıdır.

(iii) f bire bir ve örten olması için $s(A) = s(B)$ olmalıdır.

Örnek–3 $s(A) = 3n - 1$ ve $s(B) = 2n + 8$ olmak üzere, $f: A \to B$ ye örten fonksiyon olduğuna göre, n nin alabileceği en küçük değeri bulalım.

DESTEK SORUSU 1

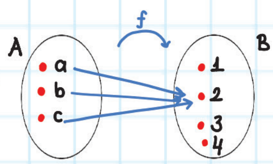
n doğal sayı, $s(A)=n^2$ ve $s(B)=n+6$ olmak üzere,
$f: A \to B$ ye bire bir ve örten fonksiyondur.
Buna göre, $s(A)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 16

C - Sabit Fonksiyon:

$f: A \to B$ bir fonksiyon olmak üzere,
tanım kümesindeki (A kümesindeki) her elemanın görüntüsü aynı ise
f sabit fonksiyondur.

Örneğin,



f sabit fonksiyondur

Destek Noktası

Eğer $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ sabit fonksiyon ise $f(x)=\dfrac{a}{c}$ dir.

Destek Noktası

$c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x)=c$ sabit fonksiyondur.

NOT: $f: \mathbb{R}-\{-\frac{d}{c}\} \to f: \mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}$

$f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ fonksiyonunun

sabit fonksiyon olması için $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}$ olmalıdır.

Örnek - 4, $f(x)=(m-2)x^2+m+1$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(100)$ değerini bulalım.

Örnek - 5, $f(x)=\dfrac{2x+6}{3x+m}$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, m değerini bulalım.

D- Birim Fonksiyon:

$f: A \to A$ bir fonksiyon olmak üzere,
her elemanı kendisi ile eşleyen f fonksiyonuna **birim fonksiyon** denir.

$f(x) = x$, $f(x-1) = x-1$, $f(x^2) = x^2$, . . . gibi fonksiyonlar birim fonksiyona örnektir.

Örnek -6 f birim fonksiyon olmak üzere,

$f(3m+2) = 2m+8$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, m değerini bulalım.

Örnek -7 f birim fonksiyon olmak üzere,

$f(x^2+1) = x^2 - a + 3$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, f(a) değerini bulalım.

DESTEK SORUSU 2

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sabit fonksiyon ve $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ birim fonksiyon olmak üzere,

$f(x) = 2.x^{n-4}$ ve $g(x) = (m-3)x + a - 2$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $n + m - a$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Notlarım

Notlarım

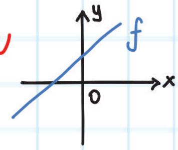
E_ Doğrusal Fonksiyon:

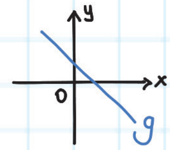
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bir fonksiyon, a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

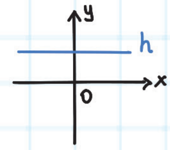
$$f(x) = ax + b$$

biçiminde ifade edilen fonksiyonlara doğrusal fonksiyon denir.

Örneğin,







Yukarıda verilen grafikler birer doğrusal fonksiyon grafikleridir.

Örnek-8, $y = f(x)$ doğrusal fonksiyon olmak üzere, $f(1) = 7$ ve $f(2) = 10$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $f(-1)$ değerini bulalım.

F_ Tek ve Çift Fonksiyon:

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bir fonksiyon ve her x gerçel sayısı için,

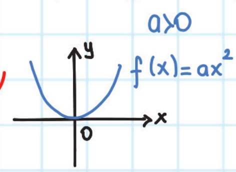
- ✔ $f(-x) = f(x)$ ise f çift fonksiyondur.
- ✔ $f(-x) = -f(x)$ ise f tek fonksiyondur.

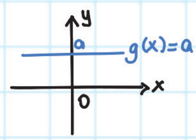
Destek Noktası

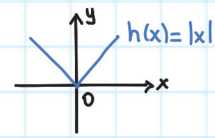
Bir fonksiyon tek veya çift olmak zorunda değildir. Örneğin; $f(x) = x^2 + x$ bir fonksiyondur fakat tek veya çift değildir.

➡ Çift fonksiyonların grafiği y eksenine göre simetriktir.

Örneğin,



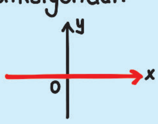




Yukarıda verilen grafikler çift fonksiyon grafikleridir.

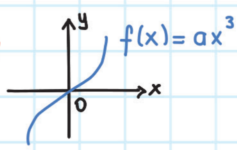
Destek Noktası

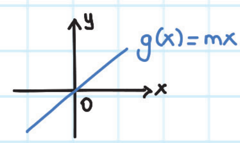
$f(x) = 0$ fonksiyonu hem tek hem çift fonksiyondur.



➡ Tek fonksiyonların grafiği orijine göre simetriktir.

Örneğin,





Yukarıda verilen grafikler tek fonksiyon grafikleridir.

Örnek-9

I- $f(x)=3x$

II- $g(x)=3x-5$

III- $h(x)=x^2+x$

Yukarıdaki fonksiyonlardan hangilerinin tek fonksiyon olduğunu bulalım.

Örnek-10

I- $f(x)=5$

II- $g(x)=x^2+2$

III- $h(x)=x^2+x$

IV- $t(x)=x^4+x^2$

Yukarıdaki fonksiyonlardan hangilerinin çift fonksiyon olduğunu bulalım.

Örnek-11 $f(x)=(a-2)x^3+ax^2+1$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.

Buna göre, f(a) değerini bulalım.

Örnek-12 $f(x)=(a-2)x^2+(a+1)x+b-7$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir.

Buna göre, a.b değerini bulalım.

Destek Noktası

$x^2, x^4, 5, x^2+1$ ve sabit fonksiyonlar birer çift fonksiyondur.

Destek Noktası

x^3, x, x^3+x gibi fonksiyonlar birer tek fonksiyondur.

Notlarım

Örnek-13, f çift ve g tek fonksiyon olmak üzere,

$f(3)=5$ ve $g(2)=-4$ tür.

Buna göre, $f(-3)+g(-2)$ toplamını bulalım.

Fonksiyon Sayısı:

$s(A)=n$ ve $s(B)=m$ olmak üzere,

$A \to B$ ye tanımlanan

- ✔ Fonksiyon sayısı: m^n
- ✔ Bire bir fonksiyon sayısı: $\dfrac{m!}{(m-n)!}$
- ✔ Sabit fonksiyon sayısı: m

formülleri ile hesaplanır.

Örnek-14, $A=\{a,b,c,d\}$ ve $B=\{1,2,3\}$ olmak üzere,

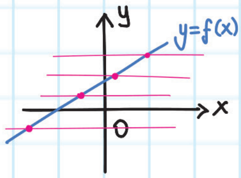
a) $A \to B$ ye fonksiyon sayısını bulalım.

b) $B \to A$ ya fonksiyon sayısını bulalım.

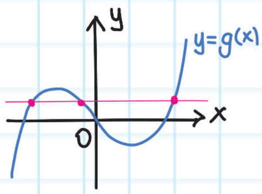
c) $B \to A$ ya bire bir fonksiyon sayısını bulalım.

d) $A \to B$ ye sabit fonksiyon sayısını bulalım.

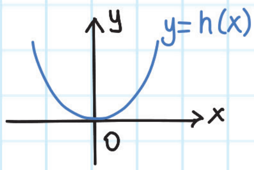
Fonksiyon Çeşitlerinin Grafiklerle Gösterimi :



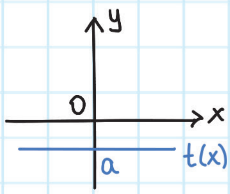
➤ f gerçel sayılardan gerçel sayılara tanımlı bire bir ve örten fonksiyondur. (x eksenine paralel çizilen çizgiler grafiği tek noktada kesiyorsa bire bir fonksiyondur.)



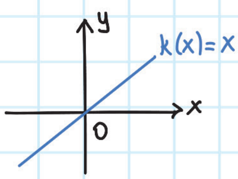
➤ g gerçel sayılardan gerçel sayılara tanımlı örten fonksiyondur. Bire bir fonksiyon değildir, x eksenine paralel çizilen doğru, grafiği birden fazla noktada kesmektedir.



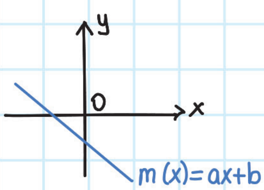
➤ h gerçel sayılarda tanımlı içine fonksiyondur. Çünkü negatif değerler, değer kümesinde boşta kalmaktadır.



➤ t, gerçel sayılarda tanımlı sabit fonksiyondur.



➤ k, gerçel sayılarda tanımlı birim fonksiyondur.



➤ m, gerçel sayılarda tanımlı doğrusal bir fonksiyondur.

Notlarım

Notlarım

FONKSİYONLARDA İŞLEMLER

Toplama ve Çıkarma:

Fonksiyonlarda toplama veya çıkarma işlemi yapılırken aynı dereceli terimler arasında işlem yapılır.

$f: A \to B$ ve $g: A \to C$ fonksiyonları verilsin.

Buna göre,

$$(f \mp g)(x) = f(x) \mp g(x)$$ tir.

Örnek-15 $f(x) = 2x+1$ ve $g(x) = x^2 - x - 1$ olduğuna göre, $(f+g)(x)$ fonksiyonunun eşitini bulalım.

Çarpma:

Sayılarla çarpma işlemi yaptığımız gibi fonksiyonlarda da yapabiliriz.

$f: A \to B$ ve $g: A \to C$ fonksiyonları verilsin.

Buna göre,

$$(f.g)(x) = f(x).g(x)$$ tir.

Örnek-16 $f(x) = x-1$ ve $g(x) = x^2+2$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre, $(f \cdot g)(3)$ değerini bulalım.

Fonksiyonlarda Bölme:

Fonksiyonlarda bölme işleminin yapılabilmesi için paydanın sıfırdan farklı olması gerekir.

$h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ tanımlı olabilmesi için $g(x)\neq 0$ olmalıdır.

Fonksiyonlarda Değer Bulma:

Örnek -17 $f(x)=3x-a$ ve $f(1)=4$ olduğuna göre, a değerini bulalım.

Örnek -18 $f(x-3)=4x+b$ ve $f(2)=12$ olduğuna göre, b değerini bulalım.

Örnek -19 f parçalı fonksiyonu,

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & , x>1 \\ 3 & , x=1 \\ 2x & , x<1 \end{cases}$$ biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(-3)+f(3)-f(1)$ değerini bulalım.

Destek Noktası

Fonksiyonlarda bölme işlemi her zaman yapılmaz.

Notlarım

Örnek-20 $f(x) = 2x - 4$ olduğuna göre, $y = f(x+1)$ fonksiyonunun kuralını bulalım.

Örnek-21 $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(x+1) = 3x + f(x) \quad \text{ve} \quad f(3) = 2 \text{ dir.}$$

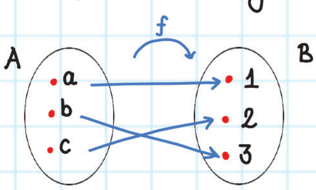
Buna göre, $f(5)$ değerini bulalım.

FONKSİYONLARIN TERSİ

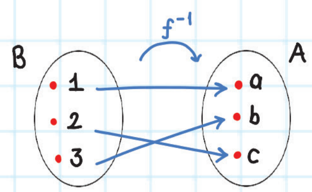
Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olabilmesi için tanımlı olduğu aralıkta bire bir ve örten olması gerekir.

f in tersi f^{-1} şeklinde gösterilir.

Örneğin,

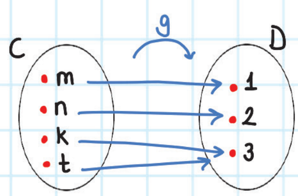


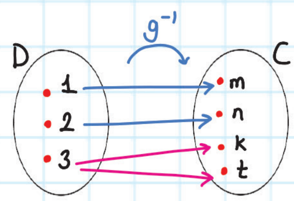
f bire bir ve örten



f^{-1} bir fonksiyondur.

Örneğin,





g bire bir fonksiyon değil, bu yüzden g^{-1} fonksiyon değildir.

NOT: $f : A \to B$ ye bire bir ve örten fonksiyon ise $f^{-1} : B \to A$ da bire bir ve örten fonksiyondur.

Fonksiyonun tersini bulma:

$f(x) = ax+b$ ise $f^{-1}(x) = \dfrac{x-b}{a}$

Örneğin, $f(x) = x+2 \Rightarrow f^{-1}(x) = x-2$
$f(x) = 3x+5 \Rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{x-5}{3}$
$f(x) = 7x-4 \Rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{x+4}{7}$

Bire bir ve örten bütün fonksiyonların tersini aşağıdaki yöntem yardımıyla bulabiliriz.

(i) f fonksiyonunda f(x) yerine y yazılır.
(ii) x yalnız bırakılır.
(iii) x yerine f^{-1} ve y yerine x yazılır.

Örneğin, $f(x) = 4x+3$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ i bulalım.
f(x) yerine y yazıp, x i yalnız bırakalım.
$y = 4x+3 \Rightarrow y-3 = 4x$
$x = \dfrac{y-3}{4}$ O hâlde $f^{-1}(x) = \dfrac{x-3}{4}$

Örnek-22 $f(x) = \dfrac{x}{3} - 1$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ i bulalım.

Örnek-23 $f(x) = 3x+1$ olduğuna göre, $f^{-1}(7)$ yi bulalım.

DESTEK SORUSU 3

f bire bir ve örten fonksiyon olmak üzere,
$f^{-1}(3x-5) = x+2$
olduğuna göre, $f(x+3)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x+1$ B) $3x-2$ C) $3x+4$ D) $3x+6$ E) $3x+8$

Destek Noktası

Bir fonksiyonun grafiği ile tersinin grafiği $y=x$ doğrusuna göre simetriktir.

Destek Noktası

$f(a) = b$ ise $f^{-1}(b) = a$ dır.

Notlarım

Kesirli fonksiyonların tersi bulunurken;

$$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$$

a ile d yer ve işaret değiştirir.

Kesirli fonksiyonlar tanımlanırken payda sıfır olamayacağından;

$$f: \mathbb{R}-\underbrace{\left\{-\frac{d}{c}\right\}}_{\text{fonksiyon paydasını sıfır yapan değer}} \rightarrow \mathbb{R}-\underbrace{\left\{\frac{a}{c}\right\}}_{\text{fonksiyon tersinin paydasını sıfır yapan değer}}$$

şeklinde ifade edilir.

Örnek-24 $f: \mathbb{R}-\{5\} \rightarrow \mathbb{R}-\{4\}$

$f(x)=\dfrac{4x-1}{x-5}$ fonksiyonunun tersini bulalım.

Örnek-25 $f: \mathbb{R}-\{2\} \rightarrow \mathbb{R}-\{3\}$

$f(x)=\dfrac{ax+1}{4x+b}$ bire bir ve örten olduğuna göre, a.b değerini bulalım.

x^n_li ifadenin tersi bulunurken x i yalnız bırakma yöntemini uygulayacağız.

Örneğin, $f(x)=x^2-7 \Rightarrow y+7=x^2 \Rightarrow |x|=\sqrt{y+7}$

$|x|=\sqrt{y+7}$

- $x \geq 0$ ise $f^{-1}(x)=\sqrt{x+7}$
- $x<0$ ise $f^{-1}(x)=-\sqrt{x+7}$

Örneğin, $f(x)=x^3-1 \Rightarrow y+1=x^3 \Rightarrow x=\sqrt[3]{y+1}$

$$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x+1}$$

Örnek-26 $x>0$ olmak üzere, $f(x)=x^2-7$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $f^{-1}(-3)$ değerini bulalım.

Örnek-27 $f^{-1}(x)=x^2+m$ ve $f(10)=2$ olduğuna göre, m değerini bulalım.

Örnek-28 $f(x+3)=5x+11$ olduğuna göre, $f(x)$ i bulalım.

DESTEK SORUSU 4

f bire bir ve örten fonksiyon olmak üzere,

$$f(4x+1)=8x+6$$

olduğuna göre, $f^{-1}(2)$ değeri kaçtır?

A) 2　B) 1　C) 0　D) −1　E) −2

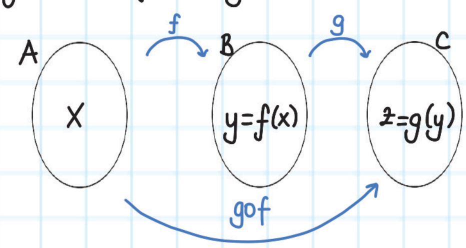
Notlarım

FONKSİYONLARIN BİLEŞKESİ

$f: A \to B$, $f: x \to y = f(x)$ ve $g: B \to C$, $g: y \to z = g(y)$ olmak üzere,

$$g \circ f : A \to C \;,\; g \circ f : x \to g(f(x))$$

fonksiyonuna f ile g nin **bileşkesi** denir.



Destek Noktası

$fog(x) = gof(x)$ ise $f(x) = g(x)$ olabilir. Veya $fog(x) = gof(x) = I$ ise $f = g^{-1}$ veya $g = f^{-1}$ olabilir.

Örnek - 29 $f(x) = 4x + 1$ ve $g(x) = 3x - 2$ olmak üzere,

a) $(fog)(x)$ i bulalım.

b) $(gof)(x)$ i bulalım.

$(fog)(x) \neq (gof)(x)$ olmayabilir.

Örnek - 30 $f(x) = x^2 + 3x$ ve $g(x) = x - 2$ olduğuna göre, $(fog)(5)$ değerini bulalım.

Örnek - 31 $f(x) = \dfrac{x-1}{3}$ ve $g(x) = x^2 + 1$ olduğuna göre, $(f^{-1}og)(3)$ değerini bulalım.